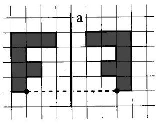
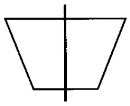
Achsensymmetrie
Figuren, die durch Spiegelung an einer Achse a in sich übergehen, nennt man achsensymmetrisch bezüglich der Achse a.
Es gibt Figuren mit mehreren Symmetrieachsen.

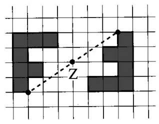
Punktsymmetrie
Figuren, die bei einer Halbdrehung um ihr Zentrum Z in sich übergehen, nennt man punktsymmetrisch bezüglich des Punktes Z.

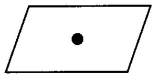
Achsensymmetrie:



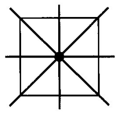


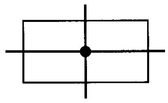
Punktsymmetrie:



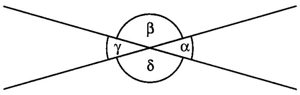


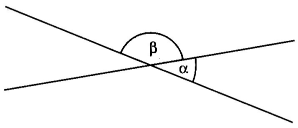
Beispiele für Figuren, die achsen- und punktsymmetrisch sind und mehrere Symmetrieachsen haben:





Winkel an zwei sich schneidenden Geraden

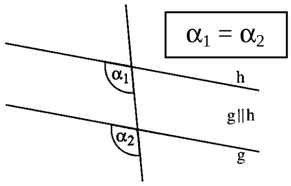


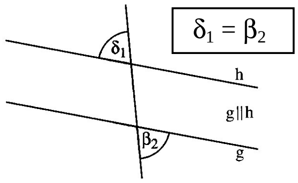


Scheitelwinkel sind gleich groß: $\delta = \beta$ und $\alpha = \gamma$

Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°: $\alpha + \beta = 180°$

Winkel an Doppelkreuzungen



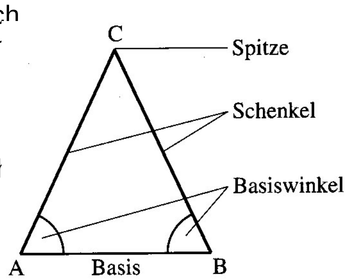


Wenn zwei Geraden g und h parallel sind, dann sind Stufenwinkel gleich groß und Wechselwinkel gleich groß.

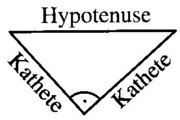
Innenwinkelsumme im Dreieck bzw. Viereck
Die Innenwinkelsumme im Dreieck beträgt stets 180°: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$
Die Innenwinkelsumme im Viereck beträgt stets 360°: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

Gleichschenklige Dreiecke
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt gleichschenkliges Dreieck.

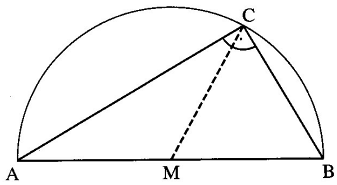
Sonderfall:
Ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten heißt gleichseitiges Dreieck.



Rechtwinklige Dreiecke



Satz des Thales:
Ein Dreieck ABC hat in C genau dann einen rechten Winkel, wenn C auf dem Halbkreis über [AB] liegt.

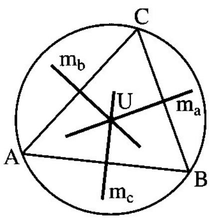


Dreiecksungleichung
Die Summe zweier Seitenlängen ist stets größer als die Länge der dritten Seite.

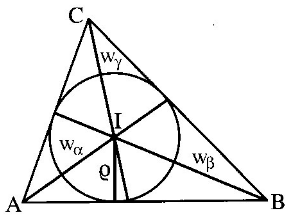
Seiten-Winkel-Beziehung im Dreieck
Der größeren Seite liegt immer der größere Winkel gegenüber und dem größeren Winkel die größere Seite.

Besondere Linien im Dreieck, die sich jeweils in einem Punkt schneiden
Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende und Höhen (bzw. die Verlängerungen der Höhen).

Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist der Mittelpunkt des Umkreises:



Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist der Mittelpunkt des Inkreises:



Kongruente Figuren
Zwei deckungsgleiche Figuren F und G heißen zueinander kongruent: $F \cong G$

Kongruenzsätze
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie
a) in drei Seiten (SSS) oder
b) in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel (SWS) oder
c) in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der längeren Seite (SsW) oder
d) in einer Seite und zwei Winkeln (WSW oder SWW) übereinstimmen.

Berechnung von Termwerten

Um einen Termwert zu berechnen, ersetzt man alle im Term vorkommenden Variablen durch Zahlen bzw. Größen. Gleiche Variablen sind durch gleiche Zahlen bzw. Größen zu ersetzen.

$T(x) = x^3 - 4x$

$T(5) = 5^3 - 4 \cdot 5 = 105$

$T(a;b) = a^2 + b^2$

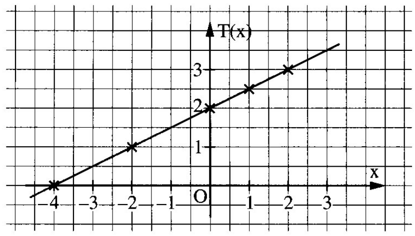
$T(3;4) = 3^2 + 4^2 = 25$

Zuordnung Variablenwert – Termwert

Jedem Variablenwert wird durch einen Term ein eindeutig bestimmter Termwert zugeordnet.
Eine solche Zuordnung lässt sich durch eine Wertetabelle beschreiben und durch einen Graphen in einem Koordinatensystem veranschaulichen.

$T(x) = \frac{1}{2}x + 2$

x	–4	–2	0	1	2
T(x)	0	1	2	2,5	3



Äquivalente Terme

Zwei Terme, die bei jeder möglichen Ersetzung der Variablen durch Zahlen jeweils den gleichen Termwert ergeben, nennt man äquivalent.

Termumformungen

1) Umformungen in Produkten
2) Zusammenfassen gleichartiger Terme
3) Klammerregeln
4) Ausmultiplizieren und Ausklammern
5) Multiplizieren von Summen

Beispiele

1) $4a \cdot 2b \cdot a \cdot 0{,}5b \cdot 2a = 8 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = 8a^3b^2$

2) $3a \cdot 2b - b \cdot 2a + 2ab^2 = 6ab - 2ab + 2ab^2$
$= 4ab + 2ab^2$

3) $x^2 - (2x^2 - y^2) = x^2 - 2x^2 + y^2 = -x^2 + y^2$

4) $6z \cdot (2x + \frac{1}{3}z) = 12xz + 2z^2$
$4r^2 - 6r = 2r \cdot (2r - 3)$

5) $(-2 - 4k) \cdot (2k - 3) \cdot 2 = (-4k + 6 - 8k^2 + 12k) \cdot 2$
$= (6 - 8k^2 + 8k) \cdot 2 = 12 - 16k^2 + 16k$

Gleichungen

Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen miteinander verbunden sind. Dabei muss wenigstens in einem der beiden Terme eine Variable vorkommen.

Lineare Gleichungen mit einer Variablen

Eine Gleichung (mit der Variablen x), in der x nach dem Ausmultiplizieren von Klammern nur in der Form a · x vorkommt, heißt lineare Gleichung.
Eine lineare Gleichung hat entweder
- genau eine Lösung oder
- keine Lösung oder
- unendlich viele Lösungen.

Aufgabenbeispiel zum Lösen einer linearen Gleichung:

$7(-x + 1) = 12(2 - x)$

$-7x + 7 = 24 - 12x \quad | + 12x - 7$

$5x = 17 \quad | : 5$

$x = 3{,}4$

Beispiel für eine Gleichung, die <u>nicht</u> linear ist:
$x^2 + 2x - 10 = 3x^2 + 3$

Prozentrechnung

Alle Fragen der Prozentrechnung lassen sich mit der Grundgleichung der Prozentrechnung beantworten:

Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert

Man muss dabei nach der gesuchten Größe auflösen.

Der Preis für ein Paar Fußballschuhe wurde um 15% auf 63,75 € reduziert.
Was kosteten die Schuhe vorher?

Sie kosten nun 85% des Grundwertes.

$0{,}85 \cdot x = 63{,}75\,€ \quad | : 0{,}85$

$x = 63{,}75\,€ : 0{,}85$

$x = 75\,€$

A: Vorher kosteten die Fußballschuhe 75 €.